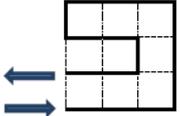


Вариант 2

1. Лыжник спускается с вершины горы к её подножию за 9 минут, а сноубордист – за 5 минут. Спустившись, они тут же поднимаются вверх на подъёмнике, а затем сразу же спускаются вновь. В 12:00 они одновременно начали спуск с вершины. Впервые они встретились у подножия в 15:45. Определите время подъёма от подножия до вершины.
2. Решите уравнение $(x^2 + 4x + 6)(x^2 + 6x + 11) = 42$.
3. Найдите натуральное число n , ближайшее к 514, сумма всех делителей которого (включая 1 и само это число) равна $2n-1$.
4. На плоскости изображён квадрат $n \times n$ клеток. Вершины клеток будем называть узлами. Требуется в этом квадрате уложить трубу (“тёплый пол”) так, чтобы вход был в левом нижнем углу, а выход – в соседнем узле, и при этом труба прошла бы ровно один раз через каждый узел. Трубу разрешается укладывать только по границам клеток. На рисунке изображён пример укладки трубы в квадрате 3×3 . Докажите, что уложить трубу возможно при любом нечётном значении n и невозможно ни при каком чётном n .
 
5. Найдите наименьшее отличное от полного квадрата натуральное число N такое, что десятичная запись числа \sqrt{N} имеет вид: $A,99\dots$, (то есть, после запятой идут сначала две девятки, а потом любые цифры). Здесь A – целая часть числа \sqrt{N} .
6. Докажите, что для любого прямоугольного треугольника с длинами катетов a, b , гипотенузой c и углами α, β (α напротив стороны a , β – напротив b) выполняется равенство $a^2 - 2ac \cos(60^\circ - \beta) = b^2 - 2bc \cos(60^\circ - \alpha)$.
7. Запишем подряд все натуральные числа, кратные девяти:

$$9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, \dots$$
 У каждого из этих чисел подсчитаем сумму цифр. В результате получим последовательность:

$$9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 18, 9, \dots$$
 Найдите сумму первых 500 членов этой последовательности.
8. Найдите три каких-нибудь натуральных числа a, b, c , удовлетворяющих равенству $a^5 + b^5 = c^{2016}$.